Parcial 2º cuatrimestre – 2009

1. Sea $f(z)$ una función holomorfa en el plano complejo. Si $\int_C \frac{f(z)}{(z-a)(z-b)} dz = 0$ sobre toda curva simple cerrada que limita una región B con a y b pertenecientes a B , y $\int_C \frac{\sin(z-a)f(z)}{(z-a)^2} dz = 4$, hallar $f(b)$.

2. a) Explique por qué $\forall n \in \mathbb{N}^+$ la $\int_{|z-1|=n} \frac{e^{z^2}}{|z-1|} dz = 0$

b) ¿Puede afirmar que la resultado es el mismo sobre cualquier curva simple cerrada que limita una región B tal que $z = 1 \in B$.

3. a) Estudiar para qué valores de β converge $\int_0^\infty \frac{x^\beta \cos x}{x^2+1} dx$

b) Elija un valor de β y calcule la integral.

4. Clasificar las singularidades

$$\frac{\sin(z - \pi/2)}{(e^z + 2i)(z^2 + 16)(z - \pi/2)^2}$$

5. Hallar la distribución de potencial para la siguiente con sus correspondientes límite:

$$\begin{cases} x^2 + y^2 < 1 \\ y \geq 0 \end{cases} \text{ con las condiciones } \begin{cases} \phi(x, y) = 1 & \forall (x, y)/x^2 + y^2 = 1 \\ \phi(x, 0) = 0 & \forall (x, y)/y = 0 \wedge -1 < x < 1 \end{cases}$$