

POR FAVOR, LEA ATENTAMENTE ESTAS INSTRUCCIONES: A) NO OLVIDE ESCRIBIR SU NOMBRE Y NÚMERO DE LEGAJO EN CADA HOJA UTILIZADA, Y EL NOMBRE DEL PROFESOR ENCARGADO DE LA CLASE TEÓRICA. B) NO SE CONTESTARÁN LAS PREGUNTAS QUE NO SE HAYAN DADO QUE L.

Nombre y apellido

Número de padrón

Cal... 1. Explique por qué las funciones $f(z) = \sqrt{z}$ y $g(z) = \sin \sqrt{z}$ ramifican en $z = 0$, pero $h(z) = \frac{\sin \sqrt{z}}{\sqrt{z}}$ no ramifica en $z = 0$

Cal... 2. a) Calcule la transformada de Fourier de $f(t) = [H(t - \pi/2) - H(\pi/2 + t)] \sin t$
b) Calcule el valor del V.P. de las siguientes integrales

i) $\int_{-\infty}^{\infty} \frac{x}{1-x^2} \cos 10x e^{i10x} dx$

ii) $\int_{-\infty}^{\infty} \frac{x}{1-x^2} \cos \frac{\pi}{2} x e^{-i\frac{\pi}{2} x} dx$

iii) $\int_{-\infty}^{\infty} \frac{x}{1-x^2} \cos \frac{\pi}{4} x e^{i\frac{\pi}{4} x} dx$

iv) $\int_{-\infty}^{\infty} \frac{x}{1-x^2} \cos \frac{\pi}{2} x e^{i\frac{\pi}{2} x} dx$

Datos: $\int e^{at} \sin bt dt = \frac{e^{at}}{b^2 + a^2} (a \sin bt - b \cos bt)$

2 (000)

Cal... 3. Resolver la ecuación de Laplace en la pared seminfinita $A = \{x, y\} / 0 \leq x \leq a, 0 \leq y \leq \infty\}$ si la temperatura $u(x, y)$ cumple las condiciones: $u(0, y) = f(y)$; $u(a, y) = g(y)$; $u_x(x, 0) = 0$.

Cal... 4. Sea $f(z)$ holomorfa en $C \cup D$, donde C es una curva simple, suave cerrada, que limita la región D . Sea $z_0 \in D$. Además $f(z_0) = f'(z_0) = 0$ y $f''(z_0) \neq 0$. Además no hay otro punto singular en $C \cup D$. Demostrar que $2e^{z_0} = \frac{1}{2\pi i} \int_C \frac{e^z f'(z)}{f(z)} dz$

Cal... 5. a) Para el espacio euclideo de las funciones seccionalmente continuas $f(x)$ en un intervalo $[a, b]$ y un sistema ortonormal $\{\phi_n(x)\}_1^\infty$ definir convergencia puntual o simple, convergencia uniforme, convergencia en norma o error cuadrático medio.
b) Se aproxima la función: $f(x) = \begin{cases} 2 & \text{si } 0 < x < \frac{\pi}{2} \\ 0 & \text{si } \frac{\pi}{2} < x < \pi \end{cases}$ primero con el polinomio trigonométrico:

$$S_1(x) = 1 + \frac{4}{\pi} \sum_{k=1}^3 \frac{1}{2k+1} \sin 2(2k+1)x$$

y luego con el polinomio

$$S_2(x) = 1 + \sum_{n=1}^3 \{1/n \cos 2nx + 1/n \sin 2nx\}$$

Sin calcular los errores que se cometen, explique por qué el error en norma cuadrática es menor con el polinomio S_1 que con el S_2 .

c) Calcule la $\sum_{k=0}^{\infty} \frac{1}{(2k+1)^2}$