

POR FAVOR, LEA ATENTAMENTE ESTAS INSTRUCCIONES: A) NO OLVIDE ESCRIBIR SU NOMBRE Y NÚMERO DE PADRÓN EN CADA HOJA UTILIZADA, Y EL NOMBRE DEL PROFESOR CUI.

ADOS.
IN.

217

Cal.....

1. Una cuerda infinita ($a = 1$) está sobre el eje x . Se le da la posición inicial $f(x) = e^{-|x|}$ y se la suelta. Utilice la transformada de Fourier para hallar las posiciones de cada punto de la cuerda en función del tiempo y de x , expresando el resultado como un producto de convolución.

Cal.....

2. Resolver $\begin{cases} x''(t) = x(t) - y''(t) + y(t) \\ y' = 2x + 4y \end{cases} \quad \begin{cases} x(0^+) = 0 & y(0^+) = 0 \\ x'(0^+) = 1 & y'(0^+) = 1 \end{cases}$

Cal.....

3. a) Sea $\{f_n(z)\}_{n=1}^{\infty}$ con $f_n : A \subset \mathbb{C} \rightarrow \mathbb{C}$, una sucesión de funciones holomorfas en A . Si $\sum_{n=1}^{\infty} f_n(z) = f(z)$ ¿se cumple siempre en A que

$$\sum_{n=1}^{\infty} \frac{d}{dz} f_n(z) dz = \frac{d}{dz} \sum_{n=1}^{\infty} f_n(z) ?$$

En caso afirmativo explique porqué. En caso negativo, enuncie una propiedad adicional que deben cumplir las funciones $f_n(z)$ que le permita afirmar que dicha igualdad se cumple. Defina el o los conceptos que utilizó en dicha propiedad.

b) ¿Es la propiedad adicional del punto a) necesaria para que se cumpla la igualdad? (Estudie la $\sum_{n=0}^{\infty} z^n$ en el círculo $|z| < 1$)

Cal.....

4. Sea una función $f : [a, b] \rightarrow \mathbb{R}$. Enuncie condiciones suficientes que permitan afirmar, (en cada uno de los casos siguientes) que:

- a) la STF de f existe
- b) la STF de f CV a una función y diga cual es esa función.
- c) la STF de f CV uniformemente en dicho intervalo
- d) considere ahora las funciones:
 - i) $f : [-1, 1] \rightarrow \mathbb{R} / f(x) = x^{1/3}$
 - ii) $f : [-1, 1] \rightarrow \mathbb{R} / f(x) = \begin{cases} x^{1/3} & \text{si } x \in [0, 1] \\ -(x)^{1/3} & \text{si } x \in [-1, 0] \end{cases}$
 - iii) $f : [-1, 1] \rightarrow \mathbb{R} / f(x) = \frac{1}{\sqrt[3]{x}}$

y diga en cada caso si puede afirmar que a), b), y c) se contestan en forma afirmativa.

Cal.....

5. a)

- i) Explique que significa que ∞ es un punto singular aislado de $f(z)$
- ii) Suponga que $f(z)$ admite desarrollo en serie de Laurent en un vecinal de ∞ . Basándose en dicho desarrollo defina singularidad evitable, singularidad polar y singularidad esencial en ∞ .
- iii) Siempre con el desarrollo en serie de Laurent, defina residuo de $f(z)$ en ∞ .

- b) Clasifique las singularidades de $f(z) = \frac{z(z - 1/2)}{(z - 1/5) \operatorname{tg}(1/z)}$