

Indicaciones: indique claramente apellido y nombre, número de legajo y curso en cada hoja que entregue. Las respuestas deben estar debidamente justificadas. No se aceptarán cálculos dispersos poco claros o sin comentarios

Nombre y apellido: _____ e-mail _____

Número de padrón: _____ Curso: _____

Cuatrimestre de cursada: _____

Cal..... 1. a) Sea

$$I = \frac{1}{2\pi} \int_{-\infty}^{\infty} \frac{\cos \alpha x + \cos \alpha(\pi - x)}{1 - \alpha^2} d\alpha$$

¿Es el valor principal de dicha integral igual a $[u(x) - u(x - \pi)] \sin x \forall x / -\infty < x < \infty$, siendo $u(t)$ la función de Heaviside

b) Si la respuesta al punto a) es afirmativa, deducir el valor de

$$\int_0^{\infty} \frac{\cos \alpha \frac{\pi}{2}}{1 - \alpha^2} d\alpha$$

Cal..... 2. a) Resolver la ecuación de ondas con extremos fijos, posición inicial $f(x) = \begin{cases} x & \text{si } 0 < x < 1 \\ 2 - x & \text{si } 1 < x < 2 \end{cases}$ y velocidad inicial cero. (no calcule los coeficientes sino solo deje indicadas las integrales que permiten calcularlos)

b) Puede escribir dicha solución como: $y(x, t) = \frac{1}{2}[F(x - at) + F(x + at)]$. ¿Que función es F ?

Cal..... 3. Sea $f(z)$ una función analítica en todo el plano complejo excepto en el punto z_0 donde tiene un polo de orden k .

Si $n \geq 2$ es un número natural, demuestre que $\frac{f^{(k)}(z)}{[f(z)]^n}$ tiene en z_0 una singularidad evitable.

Cal..... 4. a) Estableciendo hipótesis necesarias, demuestre la propiedad que permite calcular la transformada de Laplace de una función periódica de período $2T$.

b) Si la siguiente proposición es verdadera, demuéstrela. Si es falsa dé un contraejemplo:

"Si $f(t)$ es continua por partes y no es de orden exponencial, su Transformada de Laplace no existe".

c) Utilice la transformada de Laplace de para resolver

$$\begin{cases} y''(t) + 3y'(t) + 2y(t) = \int_0^t x(m) \sin(t - m) dm \\ x'(t) + 2x(t) = H(t) \end{cases}$$

Con $y(0) = y'(0) = x(0) = 0$ y $H(t)$ la función de Heaviside.

Cal..... 5. Estudiar convergencia de la integral a)

$$\int_{-\infty}^{\infty} \frac{\cos 2\pi x}{x^2 - 1}$$

b) Calcule el valor ppal. de la integral del punto a) por medio de variable compleja. Enuncie las propiedades que aplica

Datos del coloquio:

$$\int e^{ax} \sin bx dx = \frac{e^{ax}}{a^2 + b^2} [a \sin bx - b \cos bx] + C$$

$$\int e^{ax} \cos bx dx = \frac{e^{ax}}{a^2 + b^2} [b \sin bx + a \cos bx] + C$$