

POR FAVOR, LEA ATENTAMENTE ESTAS INSTRUCCIONES: A) NO OLVIDE ESCRIBIR SU NOMBRE Y NÚMERO DE PADRÓN EN CADA HOJA UTILIZADA, Y EL NOMBRE DEL PROFESOR ENCARGADO DE LA CLASE TEÓRICA. B) NO SE CONTESTARÁN PREGUNTAS DE NINGÚN TIPO, NI SIQUIERA SOBRE LOS ENUNCIADOS, DADO QUE LA INTERPRETACIÓN DE LOS MISMOS FORMA PARTE DEL EXAMEN. C) TODAS LAS RESPUESTAS DEBEN ESTAR DEBIDAMENTE JUSTIFICADAS.

Nombre y apellido: _____

Número de padrón: _____ Cuatrimestre. de cursada: _____

e-mail: _____ Curso: _____

Cal.....

1. a) Hallar y clasificar las singularidades en C^* de $f(z) = \frac{2i \sin z}{z(-1 + \cos z)}$
 b) Calcular el residuo de f en cada punto singular
 c) Calcular la integral de f sobre: $\Gamma_1 : |z| = \frac{1}{2}$ Γ_2 : Poligonal que une los puntos $2\pi + i$, $-2\pi + i$, $-2\pi - i$, $2\pi - i$

Cal.....

2. ¿Puede ser $m(x, y) = -e^{-x} \left(\frac{2xy}{(x^2 - y^2)^2 + 4x^2y^2} \cos y + \frac{x^2 - y^2}{(x^2 - y^2)^2 + 4x^2y^2} \sin y \right)$ la parte imaginaria del potencial complejo de un cierto campo vectorial?. En caso afirmativo:
1. Halle dicho potencial complejo y el campo vectorial que representa.
 2. Indique la ecuación de las líneas de flujo y las equipotenciales
 3. Explique por qué dichas curvas son ortogonales
 4. Si Γ es una curva cerrada simple, calcule todos los valores posibles que puede tomar la circulación y el flujo de dicho campo vectorial sobre Γ

Cal.....

3. Resuelva la ecuación del calor para una varilla metálica lateralmente aislada ($k = 1$) ubicada en el eje x si sus extremos están a temperaturas $T(0, t) = 0^\circ C$ y $T(2\pi, t) = 1^\circ C$ y la temperatura inicial de la barra es la función $f(x)$. (Deje expresado el cálculo de los coeficientes de la serie obtenida, pero explique que condiciones debe tener dicha función para resolver el problema).

Cal.....

4. a) Defina producto de convolución de dos funciones $x(t)$ e $y(t)$ definidas en $(-\infty, +\infty)$. Escriba la expresión de dicho producto si $x(t) = y(t) = 0$ para $t < 0$ (funciones causales)
 b) Estableciendo hipótesis necesarias, demuestre la propiedad que permite obtener la transformada de Laplace del producto de convolución de dos funciones causales en función de las transformadas de Laplace de cada una de dichas funciones.
 c) Sabiendo que $x(0) = y(0) = 0$ y que

$$\begin{cases} y'(t) + \int_0^t x(\tau)y(t-\tau)d\tau = x(t) \\ x'(t) + 2x(t) = H(t) \end{cases}$$

obtener $x(t)$ e $y(t)$. $H(t)$: función de Heaviside

Cal.....

5. Si f y g tienen un polo de orden k en 0 y $f - g$ es holomorfa en ∞ demostrar que $\oint_{|z|=R} (f - g)' dz = 0$