POR FAVOR, LEA ATENTAMENTE ESTAS INSTRUCCIONES: A) NO OLVIDE ESCRIBIR SU NOMBRE Y NÚMERO DE PADRÓN EN CADA HOJA UTILIZADA, Y EL NOMBRE DEL PROFESOR ENCARGADO DE LA CLASE TEÓRICA. B) NO SE CONTESTARÁN PREGUNTAS DE NINGÚN TIPO, NI SIQUIERA SOBRE LOS ENUNCIADOS, DADO QUE LA INTERPRETACIÓN DE LOS MISMOS FORMA PARTE DEL EXAMEN. C)TODAS LAS RESPUESTAS DEBEN ESTAR DEBIDAMENTE JUSTIFICADAS.

Nombre y apellido: ______________________

Número de padrón: ______________ Cuatrimestre. de cursada: ______________

e-mail: ______________________ Curso: ______________

Cal........ 1. a) Analice la C.V. de $I = \int_{-\infty}^{\infty} \dfrac{\cos 2x}{1+x^{2n}}\,dx$ con n entero positivo. b) Elija un valor de n y calcule.Indique el detalle del cálculo. Enuncie los teoremas que aplica
c) Explique la diferencia entre I y su valor ppal. El resultado obtenido en el punto b) es el valor de I o el de su valor ppal.?

Cal........ 2. a)$f(x)$ es una señal periódica, continua, real, de período 16. De la serie exponencial de Fourier ($S.E.F$) de $f(x)$ se conocen los siguientes coeficientes:

$$C_n = \begin{cases} \dfrac{1}{n} + i\dfrac{1}{n} & si \quad n = 1,2,4,8 \\ 0 & \forall\ otro \quad n \in \mathbf{N}^+ \end{cases}$$

donde $\mathbf{N}^+$ es el conjunto de los números enteros positivos. Además se sabe que $f(0) = 2$.
Escribir la S.E.F. de $f(x)$ y decir cual es la función $f(x)$ como función real de la variable x.
b)Calcular la $\int_{-8}^{8} f^2(x)\,dx$

Cal........ 3. a) Obtener un desarrollo en serie de potencias de $f(z) = \dfrac{\cos(z+1)}{(z^2-1)z}$ centrado en $z_0 = -1$ válido en $z_1 = \dfrac{1}{2} - i$
b) Mediante dicho desarrollo ¿se puede decir que tipo de singularidad hay en $z_0 = -1$ y obtener el residuo de $f(z)$ en dicho punto?. Si es posible, hágalo

Cal........ 4. a) Si la T.L. de $f(t)$ es $F(s)$,demuestre las siguientes propiedades que permiten obtener las T.L de :
i) $f(kt) \quad k \in \mathbf{R}$
ii) f(t-a)H(t-a) con $a \in \mathbf{R}^+$donde $H(t)$ es la función de Heaviside.
iii) $e^{-kt} f(t)$
iv) $tf(t)$
v) $\int_0^t f(u)\,du$
en función de $F(s)$.
b) Utilice las propiedades anteriores para obtener la T.L. de

$$(8t-2)\left(\int_0^{8t-2} f(u)\,du\right) H(t-1/4)e^{3t}$$

en función de la T.L. de $f(t)$

Cal........ 5. En una barra semiinfinita se transmite el calor; la barra apoyada está sobre el eje x, no aislada lateralmente, y su extremo izquierdo, en $x = 0$, está aislado; la temperatura inicial de la barra es una función $f(x)$. La temperatura de la barra en cada punto x y en cada instante t responde a la ecuación:

$$u_t(x,t) = ku_{xx}(x,t) - \alpha k u(x,t) \quad x > 0$$

Donde k y α son ctes positivas. Hallar $u(x,t)$ en función de $f(x)$. Proponga una función $f(x)$ posible.