# Coloquio Análisis III - 23/12/2010

1. a) Estudiar convergencia y calcular:
$\int_0^\infty \frac{\cos(xt)}{x^4+2x^2+1}\,dx$ para $t \in \Re$

b) Hallar la transformada inversa coseno de fourier de $\frac{1}{w^4+2w^2+1}$

2. a) Siendo $E$ un espacio vectorial con producto interno demuestre que la serie de fourier de toda $f \in E$ con respecto a un sistema ortonormal $\{\varphi_n(x)\}_1^\infty$ de dicho espacio converge en media cuadrática a f si sólo si se cumple parseval

b) Puede ser $\sum_1^\infty \frac{1}{\sqrt{n}} sin(\frac{n\Pi x}{2})$ un desarrollo en serie de fourier? (Aclaración: El enunciado hablaba de que 2 alumnos de 2 facultades distintas discutían sobre si podía o no podía ser)

3. Sea la columna en $R^3 \{(x,y,z)\,/0 \leq x \leq 3, 0 \leq y \leq 3, -\infty \leq z \leq \infty\}$ x=0 e x=3 están aislados, y=0 e y=3 están a temperaturas 0 y $x^2$ respectivamente.
Resolver la ecuación del calor (K=1) para la columna. (Durante el exámen se aclaró que si se necesitaban coeficientes de fourier se debían dejar expresados, sin calcularlos).

4. a) Demostrar que si $f(t)$ y $g(t)$ son módulo integrable, entonces el producto convolución $f * g$ es también módulo integrable.

b) Demostrar que $Fourier(f * g) = F(w).G(w)$. (En palabras por si no se entiende: Demostrar que la transformada de la convolución de 2 funciones en t, es el producto de sus transofrmadas de fourier)

5. Resolver:
$\dot{x} + y = 0$
$x + \dot{y} = 1 - H(t-2)$
$x(0) = y(0) = 0$
Nota: El punto es derivación