Coloquio análisis III – 29/06/2011

1)
a)Defina convergencia uniforme y puntual de una serie de fourier.
b)Encuentre el desarrollo complejo de $f(x) = e^x$ y encuentre a traves del mismo desarrollo su serie trigonometrica.
c) Compruebe que:

$$\sum_{n=1}^{\infty} \frac{1}{(1+n^2)} = \frac{\pi e^{\pi}}{(e^{2\pi}-1)} = \frac{\pi}{2} \cdot \left(\frac{1}{sh(\pi)} - \frac{1}{\pi}\right)$$

d)Derive m.a.m., el resultado ¿es la serie de fourier de otra funcion? ¿a que funcion converge la serie derivada?
e)Integre m.a.m., el resultado ¿es la serie de fourier de otra funcion? ¿a que funcion converge la serie integrada?

2)
a)Demuestre que si $f(z)$ es holomorfa en $z_0 = x_0 + iy_0$ entonces $e^{f(z)}$ es holomorfa en z_0
b)Demuestre que si $f(z)$ es conforme en z_0 entonces $e^{f(z)}$ es conforme en z_0

3)Existe algun alfa para que

$$I(\alpha) = \int_{-\infty}^{\infty} \frac{1}{(\sqrt{x^4+x^2+1})^{\alpha}} dx$$

sea convergente?
b)Elija algun α y calcule el valor principal I_P, ¿es igual que la integral $I(\alpha)$?. Explique

4)Sea

$$f(t) = \begin{cases} 2 & si \ \ 1 \le t \le 2 \\ 0 & si \ \ t < 1 > 2 \end{cases}$$

a)Describa $f(t)$ como combinacion lineal de la funcion de Heaviside
b)Describa resuelva $y' + 3y + \int_0^t y dx = f(x)$

5)
a)Defina la transformada seno y su antitransformada. ¿a que funcion converge la antitransformada?
b)Calcule:

$$u''_{xx}(x,y) + u''_{yy}(x,y) = 0 \qquad 0 \le x < \infty \qquad 0 \le y < \infty$$

$$u(0,y) = 0$$

$$u(x,0) = \begin{cases} 2 & si \ \ 0 \le x \le 2 \\ 0 & otro \ \ caso \end{cases}$$