

PROBABILIDAD y ESTADÍSTICA (61.09)

Evaluación Integradora.
Duración: 4 horas.

Primer cuatrimestre – 2012
12/VII/12 – 14 hs.

Curso:

Apellido y Nombres:

Padrón:

1. Lucas y Monk juegan al ajedrez. Se gana un libro el primero que gana un partido. (Cada partido de ajedrez puede ser ganado por algún jugador o empatado). La probabilidad de que haya k partidos hasta que uno de ellos gane es $1/2^{k+2}$, $k = 1, 2, \dots$. La probabilidad de que Lucas gane el libro es el doble de la probabilidad de que lo gane Monk. Calcular la probabilidad de que Monk gane el libro.

2. Sea T el tiempo (en días) hasta que ocurre la primera falla en un producto industrial. La función de distribución de T es de la forma

$$F_T(t) = 1 - e^{-(t/\alpha)^\beta}, \quad t > 0,$$

donde $\alpha = 60$ y $\beta = 0.5$. El producto tiene una garantía de 30 días. Debido a la gran cantidad de reclamos se decidió someter todos los productos a una prueba de 30 días y descartar los que fallan. Hallar la proporción entre los productos no descartados de los que fallarán antes de los 30 días.

3. La longitud de los rollos de tela producidos por una máquina sigue una distribución exponencial de media 20 metros. Un cliente requiere un rollo de longitud menor que 16 metros, de los que no hay ninguno en stock. Se producen rollos hasta obtener uno acorde al pedido. Los que no lo satisfacen van a stock. Calcular la longitud media de la tela que va a stock.

4. Se toma una muestra aleatoria de tamaño 3 de una variable aleatoria X con función de densidad $f_X(x) = \frac{4}{\theta^4} x^3 \mathbf{1}\{0 < x \leq \theta\}$. A priori θ tiene densidad $f(\theta) = \frac{1}{\theta^2} \mathbf{1}\{\theta \geq 1\}$. Hallar el estimador bayesiano de θ (media a posteriori) basándose en los siguientes resultados muestrales: 3.9, 5, 4.2.

5. Los siguientes datos son las duraciones (en horas) de una muestra aleatoria de 9 lámparas:

3149, 1614, 1765, 1664, 2361, 1105, 1673, 3012, 8531.

Suponiendo que los datos obedecen a una distribución exponencial de intensidad λ calcular una cota inferior de nivel de confianza 0.9 para λ .