FACULTAD DE INGENIERÍA - UBA ÁLGEBRA II *Segundo cuatrimestre 2008*

EXAMEN INTEGRADOR - TEMA 1
10 de diciembre 2008

EJERCICIO 1: Sea V el espacio vectorial real de las funciones $f:\Re \to \Re$ de clase C^∞ y sea $T:V \to V$ la transformación lineal dada por $T(f) = f' - f$.

(a) Determinar $f \in V$ tal que $T(f) = h$ y $f(0) = 1$, donde $h(t) = \dfrac{e^t}{1+e^t}$. ¿Es única?

(b) Calcular los autovalores y autovectores de $T \circ T$.

EJERCICIO 2: Sean n un entero positivo cualquiera y $A \in \Re^{n\times n}$ una matriz tal que $A^2 = A$. Probar que A es diagonalizable (en $\Re$). ***Atención:*** <u>No</u> asuma que A es simétrica.

EJERCICIO 3:

Hallar una matriz $A \in \Re^{3\times 2}$ tal que $P = \begin{bmatrix} \frac{1}{3} & -\frac{1}{3} & \frac{1}{3} \\ -\frac{1}{3} & \frac{1}{3} & -\frac{1}{3} \\ \frac{1}{3} & -\frac{1}{3} & \frac{1}{3} \end{bmatrix}$ sea la matriz de proyección a $Col(A)$,

$Nul(A) = \{ x \in \Re^2 : x_1 - 2x_2 = 0 \}$ y $Max\{ \|Ax\|^2 : \|x\|^2 = 4 \} = 20$.

EJERCICIO 4:

Encontrar la solución general (<u>real</u>) del sistema $\begin{cases} x_1'(t) = 2x_1(t) - x_2(t) \\ x_2'(t) = x_1(t) + 2x_2(t) \end{cases}$

EJERCICIO 5: Encontrar una matriz $A \in \Re^{4\times 3}$ tal que:

(i) $Nul(A) = gen\{[1 \quad 1 \quad 0]^t\}$

(ii) $Col(A) = \{x \in \Re^4 : x_1 + x_4 = 0 , x_2 - x_3 = 0\}$

(iii) los valores singulares no nulos de A son 2 y $\sqrt{2}$.

¿Es única?