

RESOLUCIÓN EXAMEN INTEGRADOR - TEMA 2

11 de diciembre 2013

Aclaración: El alumno debe tener presente que siempre hay más de una forma correcta de resolver un ejercicio. Las resoluciones aquí presentadas son algunas de las tantas posibles.

EJERCICIO 1: Hallar la solución general de la ecuación diferencial para todo valor de $a \in \mathbb{R}$
 $y'' + (a-1)y' - ay = e^{-2x}$.

EJERCICIO 2: Verdadero o falso:

(Las matrices de los enunciados se suponen cuadradas y complejas)

(a) Si A^2 es diagonalizable, entonces A es diagonalizable.

(b) Si $A \in \mathbb{C}^{2 \times 2}$ tiene determinante nulo y traza no nula, entonces es diagonalizable.

(c) Si A y B son diagonalizables, entonces $A+B$ es diagonalizable.

EJERCICIO 3: Dada $f: \mathbb{R}^3 \rightarrow \mathbb{R}$ tal que $f(x) = (x_1 - x_2)^2 + 2x_3^2$, calcular los extremos condicionados $\text{Máx}\{f(x) : \|x\| = 2\}$ y $\text{Min}\{f(x) : \|x\| = 2\}$ y los puntos donde f toma estos valores.

EJERCICIO 4: Considerando el producto interno canónico en $\mathbb{R}^3$, sea $M \in \mathbb{R}^{3 \times 3}$ la matriz de la reflexión respecto $S = \{x \in \mathbb{R}^3 : x_1 + 2x_2 - x_3 = 0\}$ y sea $p = \begin{bmatrix} 1 \\ 1 \\ 3 \end{bmatrix}$. Calcular la solución del sistema

$$X'(t) = MX(t) + p \text{ que verifica } X(0) = \begin{bmatrix} 1 \\ 2 \\ -1 \end{bmatrix}.$$

EJERCICIO 5: Sea $A = QB$, donde $Q \in \mathbb{R}^{2 \times 2}$ es una matriz ortogonal y $B = \begin{bmatrix} 1 & 0 & -1 \\ 0 & 1 & -1 \end{bmatrix}$.

Calcular los valores singulares de A^T y hallar bases ortonormales de $\text{Fil}(A)$ y $\text{Nul}(A)$.