

61.07 Matemática Discreta

14 de octubre de 2011

Índice

1. Lógica y teoría de conjuntos	1
2. Inducción matemática	4
3. Relaciones de recurrencia	4
4. Relaciones	5
5. Álgebras de Boole	7
6. Teoría de grafos	8

1. Lógica y teoría de conjuntos

1. 1.

- a) Si.
- b) Si.
- c) No.
- d) No.
- e) Si.
- f) No.
- g) Si.
- h) Si.
- i) Si.
- j) Si.

2.

a)

- 1) Verdadero.
- 2) Falso.
- 3) Verdadero.
- 4) Falso.
- 5) Falso.
- 6) Verdadero.
- 7) Verdadero.

b)

- 1) Verdadero.
- 2) Falso.
- 3) Falso.
- 4) Verdadero.
- 5) Falso.
- 6) Verdadero.
- 7) Verdadero.
- 8) Verdadero.

3.

- a) p =aprobará el examen
 q =será aplazado
 $p \vee q$
- b) p =aprobará el examen
 q =será aplazado
 $p \wedge q$

- c) p=aprobará el examen
q=estudia mucho
 $p \iff q$
- d) p=iré al médico
q=me siento bien
 $q \rightarrow p$
- e) p=cometió el crimen
q=pudo comprar un revolver
 $\sim q \rightarrow \sim p$
- f) p=viajaré a Jujuy
q=viajaré a Salta
 $p \vee q$
- g) p=tú cantas
q=me duelen los oídos
 $p \rightarrow q$
- h) p=me llamas
q=iré
 $\sim p \rightarrow \sim q$
- i) p=vino
q=llamó
 $\sim p \wedge \sim q$
- j) p=con el dinero me compraré un televisor
q=con el dinero me compraré una heladera
 $p \vee q$
- k) p=vendré mañana
q=hay paro de trenes
 $q \rightarrow \sim p$
- l) p=vienes
q=te enterarás de lo ocurrido
 $q \rightarrow p$
- m) p=las plantas son seres vivos
q=los animales son seres vivos
 $p \wedge q$
- n) p=esta planta florecerá
q=hace calor
r=riegues
 $(q \wedge \sim r) \rightarrow (\sim p)$

4. Rodrigo y Fernando.

5.

- a) Antecedente: “si te acompañé”. Consecuente: “viniste a buscarme”.
- b) Antecedente: “venís a buscarme”. Consecuente: “te acompañaré”.
- c) Antecedente: “estudias”. Consecuente: “aprobarás el examen”.
- d) Antecedente: “te comprarás un auto”. Consecuente: “tenés dinero”.
- e) Antecedente: “te sentís mal”. Consecuente: “no vas a trabajar”.
- f) Antecedente: “cantás”. Consecuente: “serás feliz”.

6.

- a)
 - 1) La información es suficiente.
 - 2) La información es suficiente.
 - 3) La información es insuficiente.
- b) $v(p) = F, v(r) = F, v(s) = F$

7. (Demostrar)

8.

- a) Contradicción.
- b) Tautología.
- c) Tautología.
- d) -
- e) Contingencia.
- f) Tautología.
- g) Tautología.

9.

- a) $(p \rightarrow q) \wedge (p \wedge \sim q)$
- b) -
- c) $p \vee \sim q$

10.

- a)
 - 1) Son ambiguas.
 - 2) No son ambiguas.
- b) No, no es posible.
- c) Es contingencia.

11.

(p	\rightarrow	q)	\wedge	(\sim	p	\rightarrow	r)
V	V	V	F	F	V	F	V
V	V	V	V	F	V	V	F
V	F	F	F	F	V	F	V
V	F	F	F	F	V	V	F
F	V	V	V	V	F	V	V
F	V	V	F	V	F	F	F
F	V	F	V	V	F	V	V
F	V	F	F	V	F	F	F

a)

b) -

12.

a)

\wedge	\vee	\rightarrow	\iff	\sim
V	V	V	V	F
F	V	F	F	V
I	V	I	I	I
F	V	V	F	
F	F	V	V	
F	I	V	I	
I	V	V	I	
F	I	I	I	
I	I	I	I	

1)

- 2) -
- b) -
- 13.
- a) $p(x)=x$ es un mamífero, $\text{dom}(p)=\text{animales}$,
 $a=\text{ballena}$.
 $\sim p(a)$
- b) $p(x)=x$ sabe volar, $\text{dom}(p)=\text{aves}$.
 $\exists x(\sim p(x))$
- c) $p(x)=x$ puede hacer eso, $\text{dom}(p)=\text{personas}$.
 $\forall x(p(x))$
- d) $p(x)=x$ es callada, $\text{dom}(p)=\text{personas}$.
 $\exists x(\sim p(x)) \equiv \sim \forall x(p(x))$
- e) $p(x,y)=x$ es mayor que y , $\text{dom}(p)=\text{enteros}$.
 $\exists x \forall y p(x,y)$
- f) $p(x)=x$ sólo vuela de día, $\text{dom}(p)=\text{animales}$,
 $a=\text{mariposa}$.
 $p(a)$
- g) $p(x)=x$ estudia matemática, $\text{dom}(p)=\text{nietos de María}$.
 $\exists x(p(x))$
- h) $p(x)=x$ llega a Buenos Aires, $q(x)=x$ viene de México,
 $\text{dom}(p)=\text{dom}(q)=\text{aviones}$.
 $\forall x(p(x)) \rightarrow \exists x(q(x))$
- i) $p(x)=x$ es continua, $q(x)=x$ tiene derivada,
 $\text{dom}(p)=\text{dom}(q)=\text{funciones}$
 $\exists x(p(x) \wedge \sim q(x))$
- j) $p(x,y)=x$ es más pesado que y , $\text{dom}(p)=\text{animales}$,
 $a=\text{elefantes}$, $b=\text{ratones}$
 $p(a,b)$
- k) $p(x)=a$ María le gusta x , $\text{dom}(p)=\text{animales}$
 $\forall x(p(x)) \wedge \sim p(\text{reptiles})$
- l) $p(x)=x$ tiene abuelo, $q(x)=x$ es abuelo,
 $\text{dom}(p)=\text{dom}(q)=\text{personas}$
 $\forall x(p(x)) \wedge \sim \forall x(q(x))$
- m) $p(x,y)=x$ es más juguetón que y , $\text{dom}(p)=\text{animales}$
 $p(\text{perros}, \text{gatos}) \wedge \sim \exists x(p(x), \text{gatos})$
- n) $p(x)=x$ sólo tiene flores en primavera y en verano,
 $\text{dom}(p)=\text{plantas}$
 $\exists x(p(x))$
- ñ) $p(x)=x$ sólo se conseguirá en 2020, $\text{dom}(p)=\text{libros}$
 $\exists x(p(x))$
- 14.
- a) Verdadero.
- b) Verdadero.
- c) Falso.
- d) Verdadero.
- 15.
- a) $\forall x(q(x)) \rightarrow p(x)$
- b) $\forall x(q(x) \wedge r(x)) \rightarrow s(x)$
- c) $\sim \forall x(q(x) \rightarrow s(x))$
- d) $\exists x(s(x) \wedge \sim r(x))$
- e) $\exists x(t(x) \rightarrow \sim q(x) \wedge \sim r(x))$
16. (Demostrar).
- 17.
- a) Verdadero.
- b) Falso.
- c) Verdadero.
- d) Falso.
- e) Falso.
- f) Falso.
- g) Falso.
- h) Verdadero.
- 18.
- a) $\forall x(x^2 > x)$. Falso.
- b) $\exists x(x^2 > x)$. Verdadero.
- c) $\forall x(x \leq 1 \vee x > 0)$. Verdadero.
- d) $\forall x \forall y(x < y \rightarrow x^2 < y^2)$. Falso.
- e) $\forall x \exists y(x < y \rightarrow x^2 < y^2)$. Falso.
- f) $\exists x \forall y(x^2 \leq y^2)$. Verdadero.
- g) $\exists x \exists y(x^2 \leq y^2)$. Verdadero.
- 19.
- a) $\exists x \forall y(q(x) \wedge p(x,y) \wedge \sim q(y))$
- b) $\forall x \forall y(\sim q(x) \vee p(x,y))$
- c) $\exists x \exists y(p(x,y) \wedge \sim q(x))$
20. -
- 21.
- a) (Demostrar).
- b) El universo es distinto.
- c) i no es la negación de j . j es la negación de i .
- d)
- 1) \equiv
- 2) \equiv
- 3) \iff
- 4) \Rightarrow
- 5) \Leftarrow
- 6) \iff
- 22.
- a) $a=5,10,15,20,25$
- b) $a=5,7,11,15,23$
- c) $a=\{a,b\},\{a,c\},\{a,d\},\{e,b\},\{b\}$
- d) No existe a tal que $a \in A$.

e) $a = \{1, 2, 4, 6, 10\}$

f) $a = \{\frac{1}{2}, \frac{1}{4}, \frac{1}{6}, \frac{1}{8}, \frac{1}{10}\}$

23.

a) Verdadero.

b) Verdadero.

c) Falso.

d) Verdadero.

24.

a) Falso.

b) Verdadero.

c) Verdadero.

d) Verdadero.

e) Falso.

f) Falso.

g) Verdadero.

25. (Demostrar).

26. (Demostrar).

27.

a) Falso.

b) -

c) Verdadero.

d) -

e) Falso.

f) -

28. (Demostrar).

2. Inducción matemática

1. (Demostrar).

2. (Demostrar).

3. (Demostrar).

4.

a) $n \geq 4$

b) $n \geq 6$

5. (Demostrar).

6.

a) (Demostrar).

b) Si n es par, $p(n)$ es impar. Si n es impar, $p(n)$ es impar.

3. Relaciones de recurrencia

1. $A_n = A_0 \cdot 1, 13^n$ donde $A_0 = \$1000$

2.

a) $P_n = n!$ donde $P_0 = 1, P_1 = 1.$

b) $S_n = 2^n$ donde $S_0 = 1, S_1 = 2.$

3. $d_n = d_{n-1} + n - 2$ con $n \geq 4$, donde $d_4 = 2, d_5 = 5.$

4. $C_n = C_{n-1} + C_{n-2}$ con $n \geq 1$, donde $C_1 = 1, C_2 = 2.$

5.

a) $S_0 = 1$

$S_1 = 3$

$S_2 = 8$

b) $S_n = 2 \cdot S_{n-1} + 2 \cdot S_{n-2}$

6.

a) $S_n = (-2)^n$

b) $S_n = -\frac{1}{2} \cdot (-2)^n$

c) $S_n = \frac{1}{2} \cdot 3^n - \frac{1}{2} \cdot (-3)^n$

d) $a_n = \frac{1}{4} 2^n$

e) $a_n = n - 3$

f) -

g) -

h) $a_n = \sqrt{\left(\frac{1+\sqrt{2}}{3}\right) \cdot 2^n + \left(\frac{2-\sqrt{2}}{3}\right) \cdot (-1)^n}$

7. -

8. $d_n = \frac{1}{2} \cdot n^2 - \frac{3}{2} \cdot n$

9. -

10.

a) $a_n = 6 \cdot 2^n - 5$

b) $a_n = \frac{3}{4} + \frac{1}{4} \cdot 5^n + n^2 + 2n$

c) $a_n = 3 + n^3 - 2n^2 + n$

d) $a_n = 2^n + n \cdot 2^{n-1}$

e) $a_n = \frac{3}{4} \cdot (-1)^n - \frac{4}{5} \cdot (-2)^n + \frac{1}{20} \cdot 3^n$

f) $a_n = (-2)^n + (-2)^{n-3} \cdot (5n^2 - 11n)$

g) $a_n = \frac{5}{4} - \frac{1}{4} \cdot (-1)^n - \frac{1}{2} \sin\left(\frac{\pi}{2} \cdot n\right)$

h) $s_n = k_1 + k_2 \cdot n + k_3 \cdot n^2 + n^3 \cdot \left(\frac{5}{24}n - \frac{3}{4}\right)$

i) $a_n = 3^n \cdot \left(-2 + \frac{17}{18} \cdot n + \frac{7}{18} \cdot n^2\right) + 3 \cdot 2^n$

j) $a_n = 5n! \cdot 2^n - n! \cdot n - 3n!$

k) -

l) $a_n = \sqrt{3^n + 2^n + 4n + 6}$

m) -

11.

a) (Demostrar).

b) $\alpha = \frac{1}{4}, \beta = 1, f(n) = 4 \cdot (-2)^n$

12. $b = -8, c = 7$

13.

a) $\alpha = 1$

b) $a_n^P = -\frac{1}{6} \cdot 2^n$

c) $a_n = 3^n + \frac{1}{6} \cdot (-4)^n - \frac{1}{6} \cdot 2^n$

14. $c \neq 0 \wedge (b = 2 \vee b = -1)$

15. $\alpha = -4, \beta = 4, a_n^P = \frac{1}{8} \cdot n^2 \cdot 2^n$

16.

a) $\alpha = -5$

b) $a_n = n^2 - n + k_1 \cdot 4^n + k_2$

c) $a_n = n^2 - n - \frac{1}{3} \cdot 4^n + \frac{4}{3}$

4. Relaciones

1.

	Reflexiva	Simétrica	Antisimétrica	Transitiva
a		Si		
b				
c	Si	Si	Si	
d		Si		Si
e	Si	Si		
f		Si		

2.

	Reflexiva	Simétrica	Antisimétrica	Transitiva
a	Si		Si	Si
b	Si		Si	Si
c		Si		
d	Si	Si		Si
e	Si		Si	Si
f		Si		
g	Si	Si		Si
h				

3.

- a) $\{(1, 1), (1, 2), (3, 2), (2, 2), (3, 3), (2, 1), (2, 3), (1, 3), (3, 1)\}$
 b) -

4.

- a) Falsa.
 b) Falsa.
 c) -
 d) Verdadero. Con \vee es falsa.
 e) Falsa.
 f) Verdadero.
 g) Falsa.
 h) Falsa.

5.

- a) (Demostrar).
 b) (Demostrar).
 c) (Demostrar).

6.

- a) -
 b) -

7. (Demostrar).

8.

- a) Es de equivalencia. $R/\sim = \{\bar{0}, \bar{1}, \bar{2}\}$
 b) No es de equivalencia.
 c) No es de equivalencia.
 d) No es de equivalencia.
 e) Es de equivalencia. $R/\sim = \{\bar{0}, \bar{1}, \bar{2}\}$

9. Es de equivalencia.

10. -

11. (Demostrar).

12.

- a) (Demostrar).
 b) $\bar{a} = \{+a, -a\}$. Hay infinitas clases de equivalencia.

13.

- a) (Demostrar).
 b) $\bar{0} = \{3, 6, 9, 12, \dots\}$
 $\bar{1} = \{2, 5, 8, 11, \dots\}$
 c) No hay más clases de equivalencia.

14.

- a) (Demostrar).
 b) -

15. $[a] = \{a, 1 - a\}$

- Cardinal 1: $\{a \in \mathfrak{R} : a = 1 - a\} = \{\frac{1}{2}\}$
 Cardinal 2: $\{a \in \mathfrak{R} : a > \frac{1}{2}\}$

16. (Demostrar). $\frac{2}{3} = \{x \in Q : \exists z \in Z : x = \frac{2+z}{3}\}$

17.

- a) (Demostrar).
 b) $(0, \bar{0}) = \{(a, b) \in \mathfrak{R}^2 : |2a + b| = 0\}$
 $(1, \bar{0}) = \{(a, b) \in \mathfrak{R}^2 : |2a + b| = |2|\}$
 $(2, \bar{3}) = \{(a, b) \in \mathfrak{R}^2 : |2a + b| = |7|\}$
 c) -

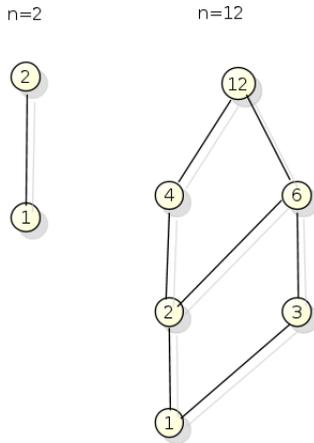
18. Es de equivalencia. $R/\sim = \{\bar{0}, \bar{1}\}$

19.

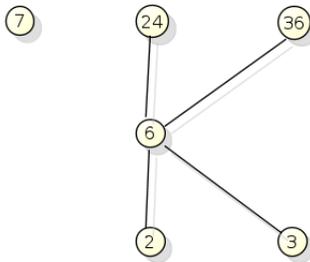
- a) (Demostrar).
 b) -

20.

- a) -
- b) Orden total.
- c) Orden total.



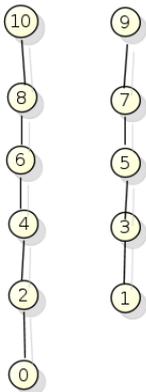
- d) Orden parcial.



21. $R = \{(1, 1), (1, 2), (2, 2), (1, 3), (3, 3), (1, 4), (4, 4)\}$. Es de orden parcial.

22.

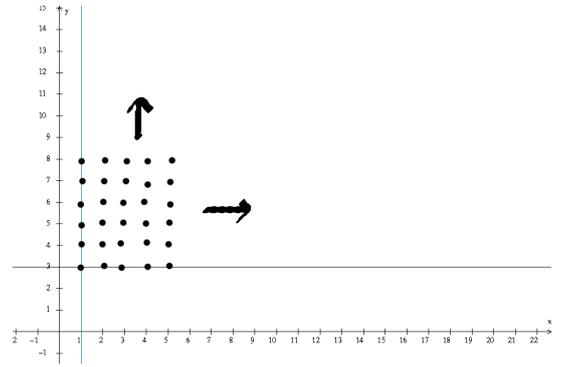
- a) (Demostrar). Es de orden parcial.



- b)
 - 1) Maximales: $\{10, 9\}$. Minimales: $\{0, 1\}$
 - 2) Cota superior: $\{8, 10\}$. Supremo: $\{8\}$. Máximo: $\{8\}$
 - 3) Cota inferior: \emptyset . Ínfimo: \nexists . Mínimo: \nexists

23.

- a) (Demostrar).
- b) No.



c) Cota superior: $\{(2, 5)\}$. Supremo: $\{(2, 5)\}$. Máximo: $\{(2, 5)\}$. Cota inferior: $\{(1, 1)\}$. Ínfimo: $\{(1, 1)\}$. Mínimo: $\{(1, 1)\}$

24.

- a) (Demostrar).
- b) No.
- c) Cota superior: \emptyset . Supremo: \nexists . Máximo: \nexists . Cota inferior: $\{(1, 1)\}$. Ínfimo: $\{(1, 1)\}$. Mínimo: $\{(1, 1)\}$

25.

- a) (Demostrar).

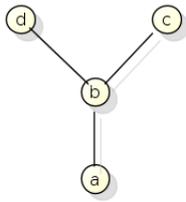


- b)
- c) $\{1\}$

26.

- a) $R = \{(1, 1), (2, 2), (3, 3), (4, 4), (1, 4), (2, 4), (3, 4), (1, 3), (2, 3), (1, 2), (2, 3), (3, 3), (4, 3), (1, 3), (2, 1), (4, 1)\}$
- b) $R = \{(2, 2), (4, 4), (1, 1), (3, 3), (2, 3), (4, 3), (1, 3), (2, 1), (4, 1)\}$

27.



a)



b)

28.

a) -

b) -

29.

a) $M(R) = \begin{bmatrix} 1 & 1 & 1 & 1 & 1 \\ 0 & 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix}$

b) $M(R) = \begin{bmatrix} 1 & 1 & 1 & 1 & 1 \\ 0 & 1 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 & 1 \\ 0 & 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix}$

30.

- a) Cota superior: {e,d}
Cota inferior: {a,b,c}
Máxima cota inferior: {c}
Mínima cota superior: {d}
- b) Cota superior: {d,e,f}
Cota inferior: {a,b,c}
Máxima cota inferior: {c}
Mínima cota superior: {d}
- c) Cota superior: {h,g,i,f}
Cota inferior: {a,b,c,d,e}
Máxima cota inferior: {c}
Mínima cota superior: {f}
- d) Cota superior: {b,d,e,h,g,f,i,j}
Cota inferior: \emptyset
Máxima cota inferior: \bar{A}
Mínima cota superior: {b}

31.

- a) Es simétrica.
- b) Es antisimétrica y transitiva.
- c) Es reflexiva y simétrica.

5. Álgebras de Boole

1.

- a) $a + c$
- b) $a + c$
- c) $y(z + \bar{x}) + wz + x$
- d) $d + ac + \bar{a}b + \bar{a}\bar{c}$
- e) $ab(\bar{c}\bar{c} + \bar{c}n + d) + d$
- f) $\bar{x} + yz$

2.

- a) (Demostrar).
- b) (Demostrar).
- c) (Demostrar).
- d) (Demostrar).

3.

- a) Verdadera.
- b) Falsa.
- c) Verdadera.

4.

- a) $f(x, y, z) = \bar{x}z + x\bar{y} + \bar{x}z + \bar{y}z$
- b) La suma de los minitérminos de una función es equivalente al producto de los maxitérminos que no aparecen en la SP.

5. $AB + \bar{A}\bar{B}$

	SP
$f(a, b, c) = a + c$	$abc + ab\bar{c}$
$f(a, b, c) = a + bc$	$abc + ab\bar{c} + \bar{a}bc + ab\bar{c} + \bar{a}b\bar{c}$
6. $f(w, x, y, z) = x + y + xyz + wz$	
$f(a, b, cd) = d + ac + \bar{a}b + \bar{a}\bar{c}$	
$f(a, b, c, d) = ab(\bar{c}\bar{c} + \bar{c}n + d) + d$	
$f(x, y, z) = \bar{x} + yz$	

7.

- a) i .
- b) -

8.

- a) Falso.
- b) Falso.
- c) Falso.
- d) Verdadero.

9.

- a) $f(x, y, w, z) = \sum m(3, 5, 7, 9, 11, 13, 14, 15) = z(x + y + w)$
- b) $f(a, b, c, d) = \sum m(0, 3, 6, 9, 12, 15) = \bar{a}\bar{b}cd + abcd + \bar{a}\bar{b}\bar{c}\bar{d} + ab\bar{c}\bar{d}$

c) -

d)

1) -

2) $f(A, B, C) = \sum m(0, 1, 2, 3, 4, 5, 6)$

3) $f(A, B, C) = \bar{c} + \bar{b} + \bar{a}bc$

4) -

10.

a) No.

b) No.

11.

a)

+	A	B	C	D	·	A	B	C	D
A	a	b	c	d	A	a	a	a	a
B	b	b	d	d	B	a	b	a	b
C	c	d	c	d	C	a	a	c	c
D	d	d	d	d	D	a	b	c	d

Elemento neutro: a

Elemento unidad: d

Átomos: b, c

b) -

12.

a) (Demostrar).

b) (Demostrar).

c) (Demostrar).

d) (Demostrar).

e) (Demostrar).

13.

a) $(x, y, w, z) = (\bar{z}, 0, 1, z)$

b) $(x, y, z) = (1, 0, 1)$

c) $(x, y, w, z) = (y, y, y, y)$

14.

a) -

b) $0: 1, \bar{0} = 30$

$1: 30, \bar{1} = 0$

c) (Demostrar).

d) -

e) -

f) Átomos: 1,2,3,5

15.

a)

+	1	2	4	8	·	1	2	4	8
1	1	2	4	8	1	1	1	1	1
2	1	2	4	8	2	1	2	2	2
4	1	4	4	8	4	1	2	4	4
8	8	8	8	8	8	1	2	4	8

b) -

c) -

16. -

17.

a) (Demostrar).

b) (Demostrar).

c) (Demostrar).

d) (Demostrar).

e) (Demostrar).

f) (Demostrar).

g) (Demostrar).

h) (Demostrar).

18.

a) Cardinal: 32

b) -

c) (Demostrar).

19. -

20. Pueden definirse 2^n isomorfismos.

21. (Demostrar).

22.

a) $f(1) = c$

b) Átomos: a,b

c) -

6. Teoría de grafos

1.

a)

	v1	v2	v3	v4	v5
gr	1	1	5	3	0

b)

	v1	v2	v3	v4	v5	v6
gr	3	1	2	2	5	3

2.

a)

	v1	v2	v3	v4
gr+	1	0	2	3
gr-	2	1	3	0

b)

	v1	v2	v3	v4	v5	v6
gr+	1	0	1	2	1	3
gr-	2	1	1	0	4	0

3.

a) Es posible.

b) No es posible.

c) Es posible.

d) Es posible.

e) No es posible.

f) Es posible.

- g) No es posible.
- h) Es posible.

4. No es posible.

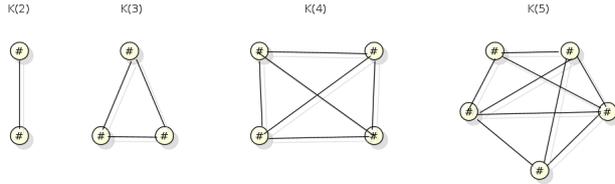
5. -

6. -

7. (Demostrar).

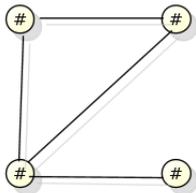
8. (Demostrar).

9.

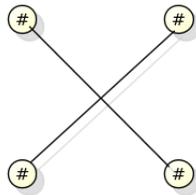


- a)
- b) $n - 1$
- c) $a_n = a_{n-1} + n - 1$
- d) $a_n = \frac{1}{2}n(n - 1) = \sum_{i=1}^n gr(v_i)$

10.



a)



b)



c)



11. -

12. -

13.

a) No.

b) -

14.

- a) Camino de Euler.
- b) Camino de Euler.

c) No es euleriano porque hay 4 vértices de grado impar.

d) No es euleriano.

e) -

f) Circuito de Euler.

g) Circuito de Euler.

h) Camino de Euler.

15. $K(n)$ tiene un circuito de Euler para n impar.

16.

a) No contiene circuito de Hamilton.

b) Circuito de Hamilton.

c) No contiene circuito de Hamilton.

17.

a) -

b) -

c) -

d) $MA = \begin{bmatrix} 0 & 2 & 1 & 0 & 0 \\ 2 & 0 & 2 & 1 & 0 \\ 1 & 2 & 0 & 0 & 1 \\ 0 & 1 & 0 & 0 & 1 \\ 0 & 0 & 1 & 1 & 0 \end{bmatrix}$

$MI = \begin{bmatrix} 1 & 1 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 1 \\ 1 & 1 & 1 & 1 & 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 1 & 0 & 1 & 0 & 1 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 1 & 1 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 1 & 1 & 0 \end{bmatrix}$

e) $MA = \begin{bmatrix} 0 & 1 & 0 & 1 & 1 & 0 \\ 1 & 0 & 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 & 0 & 0 \\ 1 & 1 & 1 & 0 & 0 & 1 \\ 1 & 0 & 0 & 0 & 0 & 1 \\ 0 & 0 & 0 & 1 & 1 & 0 \end{bmatrix}$

$MI = \begin{bmatrix} 1 & 1 & 0 & 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 1 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 1 & 1 & 1 & 0 \\ 1 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 1 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 1 & 1 \end{bmatrix}$

f) -

g) -

h) -

i) -

j) -

k) -

18.

a) -

b) -

c) -

d) -

- e) -
- f) -
- g) -
- h) -

19.

- a) -
- b) -
- c) -

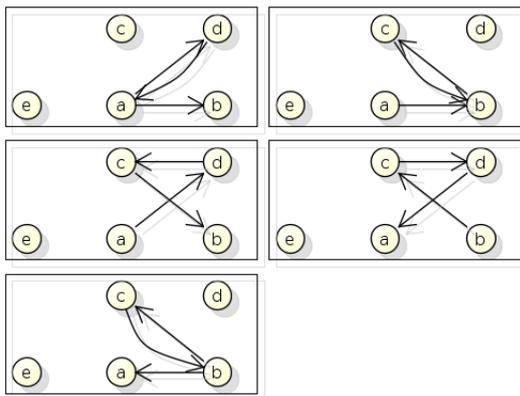
20.

- a) -
- b) -
- c) -

21. (Demostrar).

22.

a) Hay 5 caminos.



b)



23.



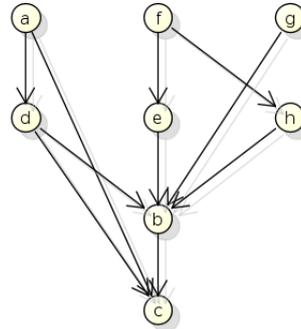
24.

25.

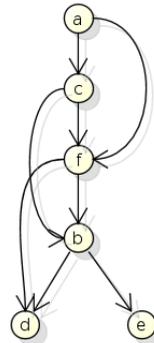
- a) Tiene un vértice aislado.
- b) $gr(v_i)$
- c) No.
- d) Tiene un vértice aislado.

- e) $gr(v_i)$
- f) Si.

26.

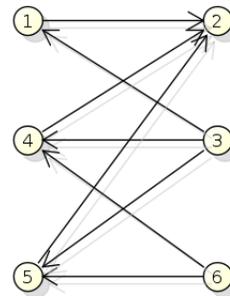


a)



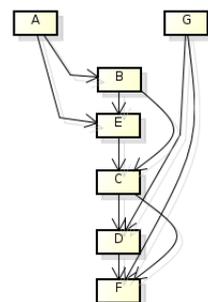
b)

27.



a)

b) -



28.

29. -

30.

- a) $f(a) = 1$
- $f(b) = 3$

$f(c) = 5$

$f(d) = 7$

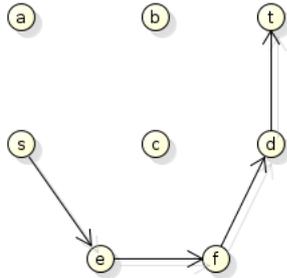
$f(e) = 2$

$f(f) = 4$

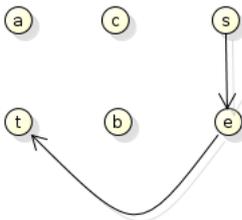
$f(g) = 6$

b) No se puede.

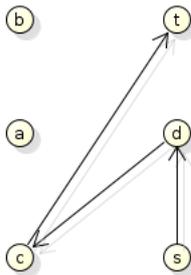
31.



a)



b)



c)

32.

a) Camino mínimo: s-b-g-t

De s a...	La distancia es...
b	1
c	1
d	6
e	9
f	12
g	5
t	13

b) Camino mínimo: s-c-f-e-t

De s a...	La distancia es...
a	3
b	
c	
e	
f	
g	
h	
i	
j	

33.

a) -

b) -

34.

a) -

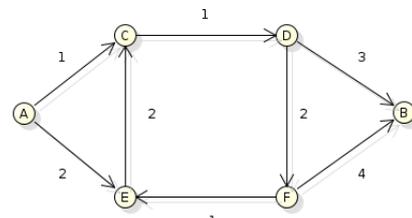
b) -

c) -

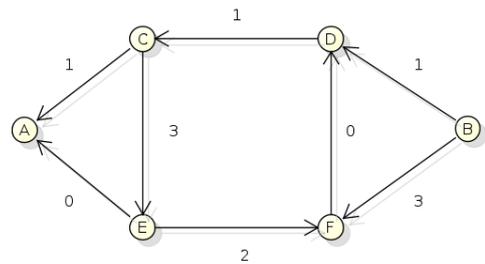
d) -

35. Ruta más rápida: A-E-C-H-D-I

36.



a)



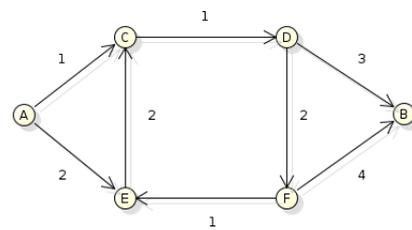
b)

c) De A a B: A-E-C-D-B

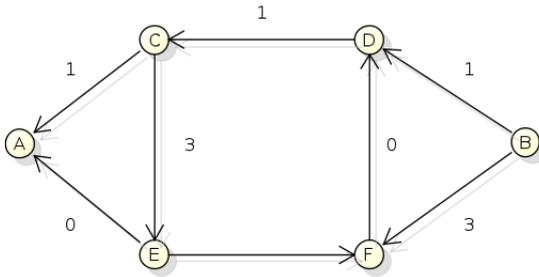
De B a A: B-F-D-C-E-A

d) -

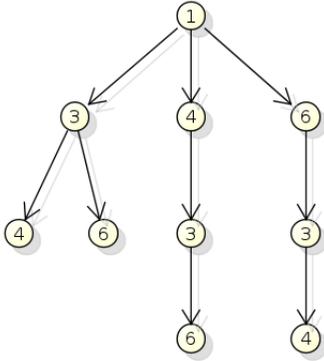
37.



a)



b)



38.

39. $V_1 = 18$

$V_2 = 36$

$A_2 = 35$

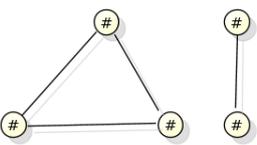
40.

a) $V_1 = 47$

b) 11 árboles.

c) $a = v - c$

d) Siendo c la cantidad de componentes conexas, $c - 1$.



41.

42. -

43.

a) 102 aristas y 69 hojas.

b) 433 vértices internos.

44. -

45.

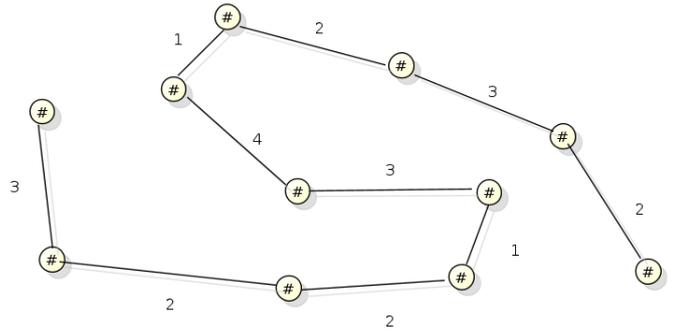
a) -

b) -

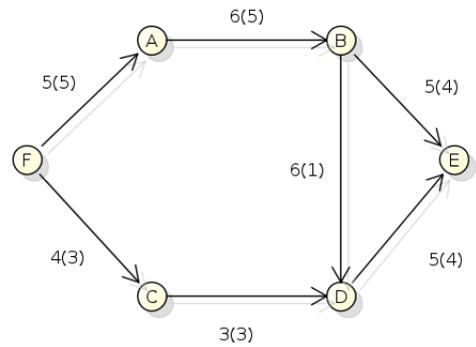
c) -

d) -

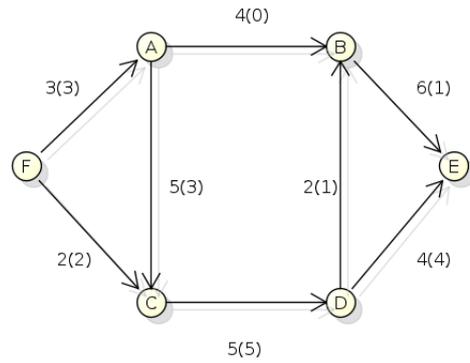
46. Costo: 23 millones de pesos.



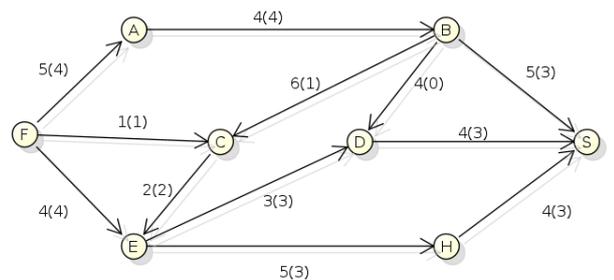
47.



a)

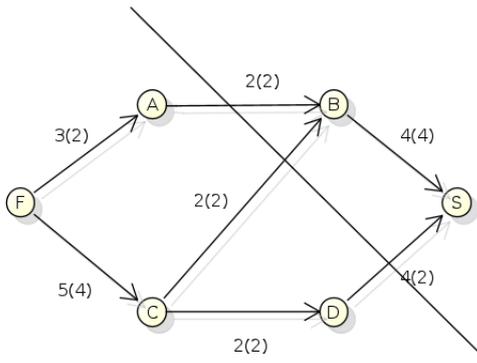


b)

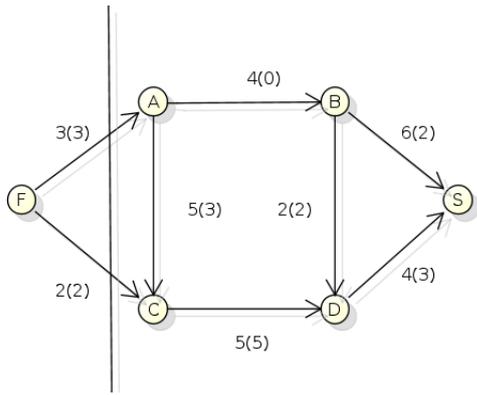


c)

48.



a)



b)

c) -

49. Es una red.

