MATEMÁTICA DISCRETA - Parcial - 03-11-12

2(dos)

APELLIDO y Nombres: TURNO: martes 15-18.

Ejercicio 1 :

Sea $\mathcal{B}$ un álgebra de Boole, en la que se define la relación R:

$$xRy \iff ((x = y) \vee (x = \overline{y}))$$

a) Probar que R es una relación de equivalencia.
b) Probar que cada clase de equivalencia tiene exactamente dos elementos.
c) Si $n \in \mathbb{N}$ y n son los átomos de $\mathcal{B}$, ¿cuántas clases de equivalencia hay?

. . . .

Ejercicio 2 :

a) Sean $p(n) : n$ es primo y $q(n) : n$ es par
Determinar la verdad o falsedad de las siguientes:

$(\exists m \in \mathbb{N})(\forall n \in \mathbb{N})(q(n) \wedge p(n+m))$ $\quad$ $(\forall n \in \mathbb{N})(\exists m \in \mathbb{N})((\neg q(n)) \Rightarrow q(n+m))$

b) Demostrar por inducción que $(2n+1) < 2^n$, para todo $n \in \mathbb{N}$ tal que $3 \leq n$

. . . .

Ejercicio 3 :

Sean $A = \mathbb{N} \times \mathbb{R}$ y la relación S definida en A por

$$(a, x)S(b, y) \iff ((a \mid b) \wedge (x \leq y))$$

a) Probar que S es una relación de orden en A.¿Es total?
b) Si $H = \{1; 2; 3; 4; 5\} \times \{-1; 0; 1\}$, graficar el diagrama de Hasse correspondiente.
c) Hallar todos los elementos particulares de H.

. . . .

Ejercicio 4 :

Sea la ecuación de recurrencia: $a_{n+2} = 4a_{n+1} - 4a_n + (n+1)2^n \qquad 0 \leq n$
a) Hallar la solución que satisface $a_0 = 1$ y $a_1 = 2$.
b) ¿Hay alguna solución que satisfaga $a_1 = 0$ y $a_3 = 1$?

. . . .

Ejercicio 5 :

Sea $\mathcal{B}$ un álgebra de Boole, probar las siguientes:
1) Si $a \in \mathcal{B}$, entonces $(\forall x \in \mathcal{B})((ax = 0) \vee (ax = a)) \Rightarrow ((a \text{ es átomo}) \vee (a = 0))$
2) Si $\mathcal{B}$ tiene exactamente $n \in \mathbb{N}$ átomos: $a_1, ..., a_n$, entonces $1 = a_1 + ... + a_n$

. . . .