PARCIAL DE MATEMÁTICA DISCRETA

30/10//10

APELLIDO Y NOMBRE				Padrón	Curso
Ejercicio 1	Ejercicio 2	Ejercicio 3	Ejercicio 4	Ejercicio 5	calificación

Ejercicio 1:

a) Determinar la validez de la siguiente proposición:

$[(\forall x : A(x)) \vee (\forall x : B(x))] \quad \Leftrightarrow \quad \forall x : [A(x) \vee B(x)]$ es una tautología

b) ¿Es posible dar un dominio de cardinal 5 en el cual resulte verdadera la proposición?

$$\exists\ x\ ,\ \forall\ y\ (x < y \rightarrow x^2 < y^2)$$

c) Demostrar la validez de la siguiente fórmula $\forall n \in N$:

$$\sum_{k=1}^{n} (2k-1)3^k = 3 + (n-1)3^{n+1}$$

Ejercicio 2:

a) Si a_n es la cantidad de divisores positivos de un número que es producto de n números primos distintos. Determinar una ecuación de recurrencia que cumplan los a_n y resolverla.

b) Resuelva la siguiente relación de recurrencia:

$a_0 = 0,\ a_1 = 1,\ a_2 = 2$ y $a_n = n - a_{n-1} + 5a_{n-2} - 3a_{n-3}$ para $n \geq 3$

Ejercicio 3:

Si f: A→ B es una función, se define en el conjunto A la siguiente relación:

$$xSy \leftrightarrow f(x) = f(y)$$

a) Probar que S es una relación de equivalencia en A.

b) Si f fuese una función inyectiva, ¿Cómo son las clases de equivalencia? ¿Y el conjunto cociente?

c) Si f: R →R, $f(x) = -2x^2 + 1$ se pide: representar gráficamente la relación S; hallar las clases de equivalencia y el conjunto cociente.

Ejercicio 4:

En $N \times N$ se define la siguiente relación: $(a,b)\boldsymbol{R}(c,d) \Leftrightarrow (a^2 = c^2) \wedge (b / d)$

a) Pruebe que es una relación de orden.

b) ¿Es posible dar dos elementos consecutivos en el conjunto ordenado?

c) Es cierto que: ¿Si (A,R) está totalmente ordenado y X={a,b}⊂A, entonces X admite ínfimo y supremo?

Ejercicio 5:

Dada un algebra de boole B, determinar si:

a) Puede implementarse la función booleana:

$f(x, y, z, w) = y\overline{(x+z)} + (y.\overline{xz})$ a través de sólo 5 compuertas NOR ?

b) $(x + \overline{y} = z + \overline{y} \ \wedge\ x + y = z + y) \rightarrow x = z$

c) $x \prec y \rightarrow (x+y).\overline{xy} \equiv y.\overline{x}$