

MATEMÁTICA DISCRETA
COLOQUIO-05/08/2009

- E 1** a) Definir red de transporte, flujo en una red de transporte y su valor y corte en una red de transporte y su capacidad.
 b) Definir flujo maximal y corte minimal en una red de transporte.
 c) Probar que dados un flujo F y un corte C en una red de transporte entonces:

$$\text{valor}(F) \leq \text{capacidad}(C)$$

- d) ¿Qué puede decirse sobre F y C si en el punto anterior se cumple la igualdad?

- E 2** Dada la ecuación de recurrencia, con $\beta \neq 0$:

$$a_{n+2} + \alpha a_{n+1} + \beta a_n = 0 \quad 0 \leq n$$

Demostrar que el polinomio característico asociado a esa ecuación tiene una raíz doble r si y sólo si $(nr^n)_{0 \leq n}$ es solución de dicha ecuación.

- E 3** a) Dar la definición de árbol y demostrar una propiedad equivalente a ella.
 b) Probar que si un árbol posee un vértice de grado $k \in \mathbb{N}$ entonces posee por lo menos k vértices de grado 1.

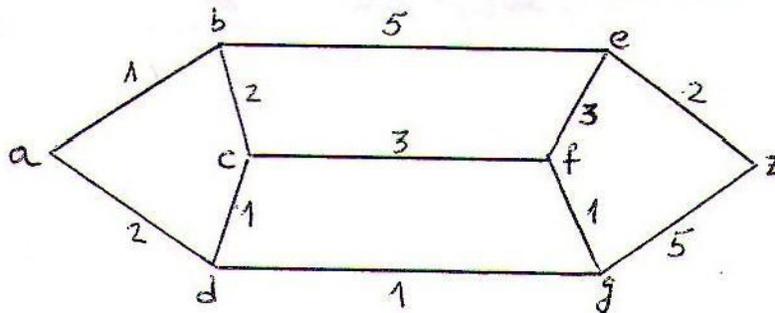
- E 4** Sea \mathcal{B} un álgebra de Boole.

- a) Probar que para todo $a \in \mathcal{B}$ se tiene $a \neq \bar{a}$.
 b) Se define en \mathcal{B} la relación:

$$a R b \iff (a = b \vee a = \bar{b})$$

- i) Probar que R es una relación de equivalencia en \mathcal{B} .
 ii) Si \mathcal{B} tiene exactamente n átomos, ¿cuántas clases de equivalencia hay en el conjunto cociente correspondiente a la relación R ?

- E 5** Describir y luego aplicar el algoritmo de Dikjstra para calcular un camino mínimo del vértice a al vértice z en el siguiente grafo ponderado:



Justifique todos los pasos realizados