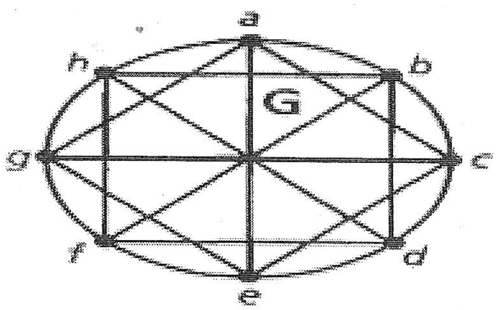
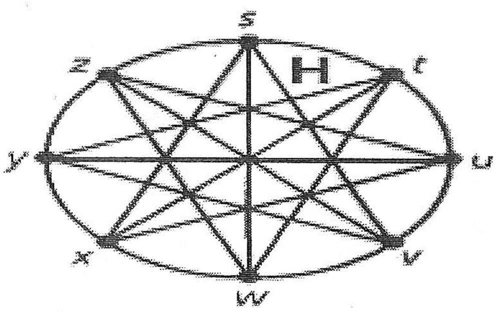
FIUBA. Matemática Discreta (61.07) **Examen Final**, 26.02.2015. **Profesor:**

Alumno:	Legajo:	Cursada:

Duración: tres horas. Aprobación: resolución ***completa*** y ***justificada*** de ***tres*** ejercicios cualesquiera.

1. Sean G y H dos grafos simples. Probar que G y H son isomorfos si y solo si sus complementos $\bar{G}$ y $\bar{H}$ son isomorfos. ¿Son isomorfos los grafos G y H de la figura siguiente?

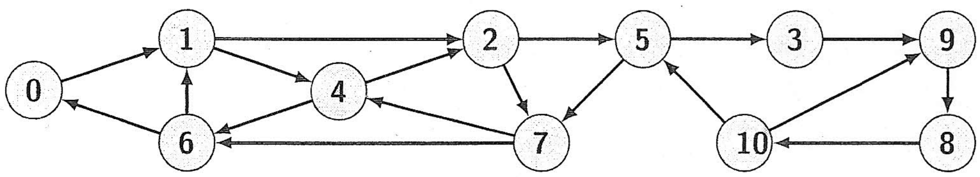




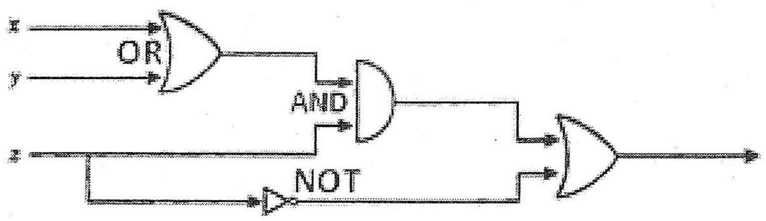
2. (a) Hallar una solución de la ecuación de recurrencia $a_{n+1} = 2a_n + 2^n, n \geq 0, a_0 = 0$.
   (b) Si $\mathcal{S}$ y $\mathcal{R}$ son relaciones transitivas en un conjunto A, ¿puede afirmarse que $\mathcal{R} \cup \mathcal{S}$ es transitiva en A?

3. (a) Probar que para cualquier n natural es $1 - 2^2 + 3^2 + \cdots + (-1)^{(n-1)}\, n^2 = \frac{(-1)^{(n-1)}}{2}\, n(n+1)$
   (b) Sea $A = \{x, y\}$ un subconjunto del álgebra de Boole $\mathcal{B} = (\mathcal{B}, +, \cdot, ^{-}, 0_B, 1_B)$. Probar que $x + y$ es la menor de las cotas superiores de A.

4. Para el grafo orientado $\mathrm{G} = (\mathrm{V}, \mathrm{E})$ de la figura se pide probar que admite un camino simple que incluye todas las aristas y que sin embargo no es euleriano. ¿Es posible transformar G en un grafo euleriano añadiéndole *una* arista orientada?



5. En un álgebra de Boole $\mathcal{B} = (\mathcal{B}, +, \cdot, ^{-}, 0_B, 1_B)$, sea la función booleana $f : \mathcal{B}^3 \to \mathcal{B}$ definida por la salida $f(x, y, z)$ del circuito de la figura.



Diseñar un circuito equivalente que solo utilice las compuertas OR y NOT. Resolver la ecuación en $\mathcal{B}$ dada por $f(x, y, z) = 0_B$.