

**Facultad de Ingeniería UBA Cátedra de Probabilidad y Estadística 61.06 No Ind.**

**Examen final 13-12-2011**

- 1) Encuentre la función de densidad y la media de la variable aleatoria  $V$ , siendo  $V$  el volumen de un cilindro de radio  $X$  y altura  $Y$ .  $X$  e  $Y$  son dos variables aleatorias independientes uniformes en el intervalo  $[0;2]$
- 2) Al final de una línea de montaje de automóviles se controlan el pintado y los defectos de tapizado. La cantidad de retoques necesarios de pintado es una variable aleatoria Poisson de media  $0,2$  y la cantidad de defectos de tapizado es otra variable aleatoria Poisson de media  $0,05$  e independiente de la anterior.

Calcule:

- a) la probabilidad de que un auto no tenga defectos;
  - b) la probabilidad de que tenga 2 defectos;
  - c) la probabilidad de que sólo tenga defectos de pintura.
- 3) Diariamente, en una zona de riego se dispone de 2 horas de tiempo para llenar un estanque del cual luego se deriva el riego a la plantación. El caudal de agua disponible con la que se llena el estanque es una variable normal del media  $100$  y desvío  $20$  ( $m^3/hora$ ). La capacidad del estanque es de  $220 m^3$ . El riego derivado se hace a razón de  $15 m^3/hora$  hasta agotar el agua almacenada en el estanque.
    - a) ¿Cuál es la función de densidad de  $T$ , el tiempo diario empleado en el riego?
    - b) ¿Cuál es la probabilidad de que en un mes se hayan utilizado más de  $6400 m^3$  de agua?
  - 4) Una fábrica de galletitas debe producir las mismas con peso medio de  $10$  gr. El desvío con que produce la máquina es de  $1$  gr. Se desea que la probabilidad de decidir que la máquina debe calibrarse cuando no es así sea menor al  $2\%$ .
    - a) Establezca la norma de control periódico para confirmar estos valores y tomar la decisión de detener o no la máquina si puede extraerse una muestra de  $144$  galletitas.
    - b) Si el peso de las galletitas se considera normal, *escriba* la expresión analítica de la curva característica de operaciones y *trácela* (señale al menos  $5$  puntos).
  - 5) El tiempo  $X$  requerido para un tipo de reparación responde a funciones de densidad  $f(x/a) = k \cdot x^{-2}$  para  $x > a$ ,  $0$  en otro caso.
    - a) Si se han obtenido los siguiente valores de tiempo  $x = 7 ; 5 ; 8$  estime el parámetro  $a$ .
    - b) Plantee un intervalo de confianza para el parámetro al  $95\%$  de nivel de confianza. Método a elección.
-

**Facultad de Ingeniería UBA Cátedra de Probabilidad y Estadística 61.06 No Ind.**

**Examen final 6-12-2011**

- 1) Dos automovilistas A y B realizan un viaje de dos etapas. Los tiempos de viaje en cada etapa son  $U(30,50)$  para A y  $U(20,50)$  para B (todas estas variables se consideran independientes entre sí). Al final de la primera etapa, el más rápido espera al más lento para comenzar juntos la etapa siguiente.
    - a) ¿Cuál es la función de densidad del tiempo necesario hasta que alguno llegue al final de la segunda etapa?
    - b) ¿Cuál es la probabilidad de que A llegue primero en ambas etapas?
    - c) ¿Cuál es la probabilidad de que B llegue primero al final de la segunda etapa?
  
  - 2) Un inspector de comercio debe controlar el contenido neto del aceite de oliva envasado en botellas de valor nominal 1 litro. Desea asegurar que el contenido medio de los envases de un lote supere su contenido nominal. Se supone que la dispersión del volumen de las botellas es  $\sigma = 12$  ml
    - a) Diseñe un criterio de decisión fijando los datos que considere lógicos y necesarios.
    - b) Trace la curva característica con 5 puntos y explíquela
  
  - 3) Para determinar el porcentaje de personas afectadas por una rara enfermedad se realizó un análisis a 10000 pacientes, encontrándose 1 solo enfermo.
    - a) Dé un intervalo de confianza para la proporción de afectados.
    - b) Determine a qué cantidad de pacientes se debe ampliar el tamaño muestral para que el intervalo de confianza mida la cuarta parte del obtenido en a).
  
  - 4) En un juego de televisión, un participante recibe inicialmente \$1000000, y debe responder 7 preguntas. Cada pregunta tiene 4 opciones de respuesta, de las cuales sólo una es verdadera. Ante cada pregunta, el participante distribuye el total de su dinero según su propio criterio, entre las distintas opciones de respuesta. Sólo conserva el monto apostado a la respuesta correcta, perdiendo todo lo demás. En la pregunta siguiente distribuye el dinero que le queda, y así sucesivamente hasta terminar las 7 preguntas. Al final se lleva a su casa, como ganancia, el dinero que haya logrado conservar.
    - a) Un participante no conoce la respuesta correcta en ninguna de las preguntas, y por lo tanto adopta la siguiente estrategia: ante cada pregunta, elige al azar 3 opciones de respuesta entre las 4, y reparte el dinero que conserva, por partes iguales, entre éstas. ¿Cuál es su ganancia media, luego de las 7 preguntas?
    - b) Un segundo participante que tampoco conoce ninguna respuesta, prefiere elegir al azar sólo dos opciones de respuestas ante cada pregunta, y divide su monto en mitades iguales entre éstas. Un tercero pone todo su dinero a una sola opción de respuesta elegida al azar. ¿Cuál de los tres tiene la mejor estrategia, desde el punto de vista de la ganancia media?
-

## Examen final 07/02/12

1) Una empresa tiene un tanque de combustible de 10000 litros que debe llenar a fin de cada mes para el consumo del mes siguiente. El consumo diario es una variable aleatoria normal de media 300 y desvío 70 (en litros).

- a) Encuentre la probabilidad de que el combustible no alcance.
- b) Encuentre la función de distribución de la variable "combustible a comprar a fin de mes" para rellenarlo hasta el total de su capacidad.
- c) Encuentre la probabilidad de que en un año siempre alcance el combustible. [Puede considerar los meses de 30 días].

2) Una empresa tiene 2000 clientes y decide hacer una encuesta a 200 para ver si están satisfechos o no. Recibe 180 respuestas afirmativas.

- a) Estime la cantidad de clientes satisfechos del total. Justifique.
- b) Calcule su intervalo de confianza. Indique qué consideraciones y aproximaciones realizó para el cálculo.

3) Diseñe una prueba de hipótesis para comprobar si una máquina que mide la resistencia en muestras de hormigón está calibrada. Se usa una muestra patrón cuya resistencia es de 10000 N/cm<sup>2</sup>. Se sabe que la máquina produce mediciones de distribución normal con un desvío de 500 N/cm<sup>2</sup> respecto del verdadero valor. Indique claramente las consideraciones que tuvo que realizar y sus consecuencias (¿cómo analiza la probabilidad de cometer errores al decidir?).

4) En una votación hay 3 candidatos A, B, C. (No hay posibilidad de omitir el voto o votar en blanco). Si X es el porcentaje de votos del candidato A e Y el del candidato B, la función de densidad conjunta es  $f_{XY}(x,y) = k x$  para  $0 < x < 1 \cap 0 < y < 1-x$ ;  $f_{XY}(x,y) = 0$  en otro caso.

- a) Encuentre la probabilidad de que gane el candidato A.
  - b) ¿Cuál es la probabilidad de que gane C?
  - c) Encuentre la función de densidad  $f_Z(z)$  siendo Z el porcentaje de votos de C.
-

## Examen final 17/02/12

1) Se apilan 6 tambores con una grúa de tal manera de mantener un eje vertical. El desplazamiento del tambor superior respecto del eje vertical del tambor inferior puede considerarse normal de media 0 y desvío 4 cm. (*Considere solamente una dimensión, e independencia entre desplazamientos de diferentes barriles*). Si el sexto tambor tiene su eje desplazado en más de 12 cm hay riesgo de derrumbe.

- a) Calcule el riesgo de derrumbe.
- b) ¿Cuál es la distribución del desplazamiento del sexto eje si la torre no se derrumbó?

2) Se colocan en total 5 bolillas de dos colores (azul, blanco) en una urna. Se extraen luego sin reposición 3 bolillas resultando 2 azules.

- a) Describa la distribución de la cantidad de bolillas azules que se pusieron originalmente.
- b) ¿Cuál es la probabilidad de que la próxima extracción sea de una bolilla blanca?

3) Un modelo de demanda prevé una fórmula  $D = 1,20 X - 0,50 Y$  donde X es el porcentaje de crecimiento general e Y es porcentaje de aumento de importación. Las variables X e Y están asociadas según la función de densidad conjunta  $f_{XY}(x,y) = K x^2 y$  para  $0 < x < 10 \cap 0 < y < x$ ,  $f_{XY}(x,y) = 0$  en otro caso.

- a) Encuentre la probabilidad de que el aumento de la demanda supere el 10%.
- b) Encuentre la función de distribución de la demanda  $F_D(d)$ .

4) Una empresa tiene como esquema de control de calidad de recepción aceptar la partida recibida si una muestra de 30 unidades tiene como peso total más de 3 Kg. La variancia del peso de cada unidad es de 0,001 Kg<sup>2</sup>. Se supone que las partidas "buenas" son las que se aceptan con más del 95% de probabilidad.

- a) ¿Cuál es la media del peso de las partidas "buenas"?
- b) ¿Cuáles son las partidas de aceptación dudosa (defina Ud. que es dudosa)?

5) Explique en palabras para una persona sin conocimientos del vocabulario de estadística por qué en la fórmula clásica de estimación de variancia se divide por n-1 y no por n