UBA 23-05-2009 — Análisis Matemático II — Recuperatorio - Tema 2

Indique **claramente** nombre y apellido, número de padrón y curso en cada hoja que entregue. Todas las respuestas deber estar **debidamente justificadas**. No se aceptarán cálculos dispersos poco claros o sin comentarios.

Nombre y apellido: ....

Padrón: .... Curso: ....

1. Sea $f(x,y,z) = x^2 + y^2 + 2z$.

   a) Grafique la superficie de nivel de la función f que pasa por el punto $(1,0,0)$.

   b) Halle una parametrización regular de la curva intersección de la superficie del punto anterior, con el plano $z = x$.

2. Sean $f(x,y) = y + y^2 x$, $P_0 = (2,1)$ y la curva $C \subset \mathbb{R}^2$ definida por $\frac{x^2}{4} + y^2 = 2$ orientada de manera tal que la coordenada y del vector tangente en P_0 sea positiva. Calcule la derivada direccional de f en P_0, según la dirección del vector tangente a C en P_0.

3. *a)* Demuestre que la ecuación $-z^2 x + z y^2 + 3 e^{xy-2} = 0$ define implícitamente a $z = f(x,y)$ en un entorno de $Q_0 = (2,1,-1)$.

   b) Encuentre la ecuación de la recta tangente a la curva C determinada por la intersección del gráfico de f con el plano $x = 2$, en el punto Q_0.

4. Encuentre y clasifique los puntos críticos de $f(x,y) = x^3 + 2y^3 + 3y^2 x - 24x + 2$.

5. Sea $f : \mathbb{R}^2 \to \mathbb{R}$ una función $C^3(\mathbb{R}^2)$ tal que su polinomio de Taylor de orden 2 en $(2,1)$ es $p(u,v) = 2u^2 + a v^2 - uv$. Siendo $g(x,y) = f(x+y, y^2)$, encuentre a sabiendo que la recta definida por $L : \begin{cases} x = 1 \\ z = g(1,1) \end{cases}$ es tangente al gráfico de g en el punto $(1,1,g(1,1))$.