UBA 02-05-2009 — Análisis Matemático II — Primer Parcial Tema 2

Indique **claramente** nombre y apellido, número de padrón y curso en cada hoja que entregue. Todas las respuestas deber estar **debidamente justificadas**. No se aceptarán cálculos dispersos poco claros o sin comentarios.

Nombre y apellido: ....

Padrón: .... Curso: ....

1. Sea $f(x,y) = \begin{cases} \sqrt{3}\,x - y & \text{si } x^2+y^2<1 \\ -x & \text{si } x^2+y^2 \geq 1 \end{cases}$

   (a) Describa en coordenadas polares el conjunto $A = \{(x,y) \in \mathbb{R}^2 \,/\, f(x,y) \geq 0\}$

   (b) Analice la continuidad de f en los puntos del eje y.

2. Sea $g : \mathbb{R} \to \mathbb{R}^2$, $g(t) = (e^{t-1}, t+2)$ y sea $f : \mathbb{R}^2 \to \mathbb{R}$ una función diferenciable en $\mathbb{R}^2$ tal que el plano tangente al gráfico de f en el punto $(1,3,4)$ tiene ecuación $z = a\,x + b\,y + 2$. Si se sabe que la función $h(t) = f(g(t))$ es tal que $h'(1) = 1$, determine los valores a y b.

3. Sea $\overline{X}(u,v) = (\sqrt{3\,u^2+1}\;cos(v), \sqrt{3\,u^2+1}\;sen(v), u)$, $(u,v) \in \mathbb{R} \times [-\frac{\pi}{2}, \frac{\pi}{2}]$, una parametrización de la superficie S. Calcule la intersección de S con el plano tangente a S en el punto $(1,0,0)$ y grafíquela. Graficar.

4. Sean $g : \mathbb{R}^2 \to \mathbb{R}$ una función $C^2(\mathbb{R}^2)$ tal que $\lim\limits_{h\to 0} \dfrac{g(2,h)-g(2,0)}{h} = 36$ y la ecuación $x\,z^3 + y^2\,z - 2\,x\,y + y\,\frac{\partial g}{\partial y}(x,y) = 128$ que define implícitamente a $z = f(x,y)$ en un entorno de $(2,0,f(2,0))$. Halle la dirección de mínima derivada direccional f en $(2,0)$ y el valor de dicha derivada.

5. Sea $g(x,y) = f(x,y) - sen[x\,(y+1)]$, siendo $f : \mathbb{R}^2 \to \mathbb{R}$ una función $C^3(\mathbb{R}^2)$ tal que su polinomio de Taylor de orden 2 en $(0,-1)$ es $p(x,y) = -x^2 - 2\,y^2 + x\,y + x - 4\,y + 2$. Analice si g tiene un extremo en $(0,-1)$ y en caso afirmativo clasifíquelo y encuentre su valor.